Agnieszka Kamińska
Dorota Ponczek

Plan wynikowy

NOWA MATeMAtyka3

Zakres podstawowy i rozszerzony

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.
Warszawa 2026

Plan wynikowy uwzględnia zmiany z 2024 r. wynikające z uszczuplenia podstawy programowej.
W związku z uszczupleniem przez MEN podstawy programowej w rozkładzie materiału zmniejszyła się liczba godzin na realizację obowiązkowych zagadnień. Uzyskane w ten sposób dodatkowe godziny pozostają do dyspozycji nauczyciela w trakcie roku szkolnego. Zgodnie z założeniami MEN: *Ograniczony zakres treści nauczania – wymagań szczegółowych – da nauczycielom i uczniom więcej czasu na spokojniejszą i bardziej dogłębną realizację programów nauczania.*

Oznaczenia:
K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
1. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE				**28**
1. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	– kąt w układzie współrzędnych – definicje funkcji trygonometrycznych kąta $\alpha \in [0°; 360°]$ – znaki wartości funkcji trygonometrycznych – wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych na podstawie definicji	Uczeń: – zaznacza kąt w układzie współrzędnych – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego ramieniu końcowym – określa znaki wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np. 90°, 120°, 135°, 225°, korzystając z definicji dowolnego kąta $\alpha \in [0°; 360°]$ – określa położenie ramienia końcowego kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta – oblicza wartości, w których występują funkcje trygonometryczne kątów należących do przedziału $[0°; 360°]$	K K–P K–P K–P K–R P–D	2
2. Kąt obrotu	– dodatni i ujemny kierunek obrotu – wartości funkcji trygonometrycznych kąta $k \cdot 360° + \alpha$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$, $\alpha \in [0°;\ 360°]$	Uczeń: – zaznacza w układzie współrzędnych położenie ramienia końcowego danego kąta α – zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360° + \alpha, k \in \mathbb{Z}$ – wyznacza kąt, gdy dany jest punkt należący do jego ramienia końcowego – bada, czy punkt należy do ramienia końcowego danego kąta – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, gdy dana jest jego miara stopniowa – wyznacza kąt w podanym przedziale, gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta	K K K–P P–R P–R P–R	2

		– określa miarę kąta na podstawie informacji podanych w zadaniu	P–D	
3. Miara łukowa kąta	– miara łukowa kąta – radian jako jednostka miary łukowej – zamiana miary stopniowej kąta na miarę łukową i odwrotnie	Uczeń: – zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie – zapisuje miarę łukową danego kąta w postaci $2k\pi + \alpha, k \in \mathbb{Z}$ – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów o danej mierze łukowej	 K K P–R	1
4. Funkcje okresowe	– definicja funkcji okresowej – okres podstawowy funkcji	Uczeń: – odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu – szkicuje wykres funkcji okresowej – stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości	 K P–R P–R	1
5. Wykresy funkcji sinus i cosinus	– wykresy funkcji sinus i cosinus – własności funkcji sinus i cosinus – środki symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus – osie symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus – funkcje parzyste i funkcje nieparzyste	Uczeń: – szkicuje wykresy funkcji sinus i cosinus w danym przedziale – określa własności funkcji sinus i cosinus w danym przedziale – odczytuje z wykresów funkcji sinus i cosinus argumenty, dla których funkcja przyjmuje dane wartości – korzystając z wykresów funkcji sinus i cosinus, podaje liczbyrozwiązań równań$\sin x = m, \cos x = m$ w zależności od parametru m	 K P P–R R	2
6. Wykres funkcji tangens	– wykresy funkcji tangens – własności funkcji tangens – środki symetrii wykresów funkcji tangens	Uczeń: – szkicuje wykresy funkcji tangens w danym przedziale – określa własności funkcji tangens w danym przedziale – odczytuje z wykresów funkcji tangens rozwiązania równania $\mathrm{tg}x = a$w podanym przedziale	 K P P–R	2
7. Przekształcenia wykresu funkcji	– metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = f(x-p)+q$ – metoda szkicowania wykresu funkcji $y = -f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną	Uczeń: – szkicuje wykres funkcji $y = f(x-p)+q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności – szkicuje wykres funkcji $y = -f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności – szkicuje wykres funkcji $y = -f(x-p)+q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności – szkicuje wykresy funkcji będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności – podaje zbiory wartości funkcji, np. $f(x) = 2\cos^2 x - 1$	 K–P K–P R D R–D	2
8. Tożsamości	– podstawowe tożsamości	Uczeń:		2

trygonometryczne	trygonometryczne – metody dowodzenia tożsamości trygonometrycznych	– stosuje w prostych przypadkach podstawowe tożsamości trygonometryczne – dowodzi tożsamości trygonometrycznych, podając odpowiednie założenia – oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest wartość jednej z nich	K P–R P–R	
9. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów	– funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – funkcje trygonometryczne podwojonego kąta	Uczeń: – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – wykorzystuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta – stosuje poznane wzory do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, w tym do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych – wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta i funkcje trygonometryczne połowy kąta	K–P P–D R R–D R–D W	2
10. Wzory redukcyjne	– wzory redukcyjne	Uczeń: – zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90° \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$ – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych (także z wykorzystaniem tablic wartości trygonometrycznych lub kalkulatora) – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem własności funkcji trygonometrycznych	K P R–D	2
11. Równania trygonometryczne (1)	– metody rozwiązywania równań trygonometrycznych	Uczeń: – rozwiązuje proste równania trygonometryczne – rozwiązuje równania trygonometryczne, wyłączając wspólny czynnik poza nawias	K–P P–D	2
12. Równania	– rozwiązywanie równań	Uczeń:		2

trygonometryczne (2)	trygonometrycznych metodą grupowania wyrazów, podstawiania i wykorzystywania wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – wzory na sumę i różnicę sinusów oraz cosinusów	– rozwiązuje równania trygonometryczne, które można sprowadzić do równań wielomianowych – rozwiązuje równania trygonometryczne, stosując wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów	R–D R–D W	
13. Powtórzenie wiadomości 14. Praca klasowa i jej omówienie				6
2. GEOMETRIA ANALITYCZNA				**24**
1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych	– wzór na odległość między punktami w układzie współrzędnych	Uczeń: – oblicza odległościmiędzy punktamiw układzie współrzędnych – stosuje wzór na odległość między punktamiw zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych – wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej	K P–D D	2
2. Środek odcinka	– wzór na współrzędne środka odcinka	Uczeń: – wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców – wyznacza współrzędne jednego z końców odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca – stosuje wzór na środek odcinka w zadaniach dotyczących własności wielokątów w układzie współrzędnych	K P P–D	2
3. Odległość punktu od prostej	– wzór na odległość punktu od prostej	Uczeń: – oblicza odległość punktu od prostej – oblicza odległość między prostymi równoległymi – stosuje wzór na odległość punktu od prostej do obliczania pól wielokątów	K P P–D	2
4. Okrąg w układzie współrzędnych	– równanie okręgu o środku w początku układu współrzędnych – równanie okręgu w postaci kanonicznej	Uczeń: – podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu – sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu – wyznacza równanie okręgu o danym środkuprzechodzącego	K K K	2

	– równanie okręgu w postaci ogólnej	przez dany punkt – wyznacza środek i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej – sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu – wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg – wyznacza równanie okręgu opisanego na trójkącie – stosuje w zadaniach równanie okręgu	K–P P–R R–D R–D P–D	
5. Wzajemne położenie dwóch okręgów	– okręgi styczne, przecinające się i rozłączne	Uczeń: – określa wzajemne położenie dwóch okręgów – podaje liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów – wyznacza równanie okręgu o danym środku, gdy dane jest położenie tego okręgu względem okręgu opisanego podanym równaniem – rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgów, w tym zadania z parametrem	P–R R R R–D	2
6. Wzajemne położenie okręgu i prostej	– styczna do okręgu – sieczna okręgu	Uczeń: – podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu – wyznacza równanie stycznej do okręgu spełniającej podane warunki – określa liczbę punktów wspólnych okręgu i prostej w zależności od parametru – rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgu i prostej	P R R–D P–D	2
7. Układy równań drugiego stopnia	– sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia	Uczeń: – rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których co najmniej jedno jest drugiego stopnia, rozwiązuje, tym z parametrem – stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów	K–R P–D	2
8. Działania na wektorach	– dodawanie i odejmowanie wektorów	Uczeń: – wykonuje działania na wektorach	K–P	1

	– mnożenie wektora przez liczbę – interpretacja geometryczna działań na wektorach – długość wektora – pojęcia wektora zerowego i wektora jednostkowego – równoległość wektorów	– sprawdza, czy wektory są równoległe – wyznacza wartości parametru tak, aby wektory spełniały podany warunek – stosuje w zadaniach działania na wektorach i ich interpretację geometryczną	P P–R P–D	
9. Wektory – zastosowania	– zastosowanie działań na wektorach	Uczeń: – stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów – stosuje działania na wektorach do podziału odcinka – stosuje wektory w zadaniach z geometrii analitycznej – wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie	P K–P P–D D–W	2
10. Symetria osiowa	– definicja symetrii osiowej – figury osiowosymetryczne – symetria względem osi układu współrzędnych	Uczeń: – wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii – znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem osi układu współrzędnych – szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne wierzchołków wielokąta – wyznacza równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych lub prostej o danym równaniu – stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach	K K K–P K–R P–D	1
11. Symetria środkowa	– definicja symetrii środkowej – figury środkowosymetryczne – symetria względem początku układu współrzędnych	Uczeń: – wskazuje figury środkowosymetryczne – znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem początku układu współrzędnych – szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne wierzchołków wielokąta – podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych – stosuje w zadaniach własności symetrii środkowej	K K K–P K–P P–D	1
12. Powtórzenie wiadomości				5

13. Praca klasowa i jej omówienie				
3. CIĄGI				**34**
1. Pojęcie ciągu	– definicja ciągu – ciąg liczbowy – wykres ciągu – wyraz ciągu	Uczeń: – wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów – wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie – szkicuje wykres ciągu	K–P K–P K–P	1
2. Sposoby określania ciągu	– sposoby określania ciągu – wzór ogólny ciągu	Uczeń: – wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów – wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym – wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek – wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki	P K–P P–R R–D	2
3. Ciągi monotoniczne (1)	– definicje ciągów rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego	Uczeń: – podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki – uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, gdy dane są jego kolejne wyrazy albo wzór ogólny – wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym – bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji – wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym – dowodzi monotoniczności ciągów określonych za pomocą innych ciągów monotonicznych; podaje przykłady takich ciągów	K–P K–P K–P P–R P–D R–W	2
4. Ciągi określone rekurencyjnie	– określenie rekurencyjne ciągu	Uczeń: – wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie – wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny ciągu – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu	K–P P–R R–D	1
5. Ciągi monotoniczne (2)	– suma, różnica, iloczyn i iloraz ciągów	Uczeń: – wyznacza wzór ogólny ciągu będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów	K–R	1

		– bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące monotoniczności ciągu	P–D R–W	
6. Ciąg arytmetyczny (1)	– definicje ciągu arytmetycznego i jego różnicy – wzór ogólny ciągu arytmetycznego – monotoniczność ciągu arytmetycznego – własności ciągu arytmetycznego	Uczeń: – podaje przykłady ciągów arytmetycznych – wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica – określa monotoniczność ciągu arytmetycznego – wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy – stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu – wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny – stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	K K–P K–P P P–R P–R P–D	2
7. Ciąg arytmetyczny (2)	– zastosowanie w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	Uczeń: – udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym – udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej – stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	P–R D P–D	2
8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	– wzory na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	Uczeń: – oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego – stosuje w zadaniach tekstowych wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego – rozwiązuje równania,stosując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego – uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego – bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	K–P P–R P–R R–D R–D	2
9. Ciąg geometryczny (1)	– definicje ciągu geometrycznego i jego ilorazu – wzór ogólny ciągu geometrycznego – własności ciągu geometrycznego	Uczeń: – podaje przykłady ciągów geometrycznych – wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane sąjego pierwszy wyraz i iloraz	K K–P	1

		– wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy – wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny	P P–R	
10. Ciąg geometryczny (2)	– monotoniczność ciągu geometrycznego – pojęcie średniej geometrycznej	Uczeń: – określa monotoniczność ciągu geometrycznego – udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym – stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego oraz średnią geometryczną – stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu	P–R P–D P–R P–D	1
11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	– wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	Uczeń: – oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego – stosuje wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu	K–P P–R	2
12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania	– własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego	Uczeń: – stosuje własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach różnego typu, w tym w zadaniach na dowodzenie	P–D	2
13. Procent składany	– procent składany – kapitalizacja odsetek, okres kapitalizacji – stopy procentowe nominalna i efektywna	Uczeń: – oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji – oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania – oblicza oprocentowanie lokaty – ustala okres oszczędzania – rozwiązuje zadania związane z kredytami	K–P R–D P–R P–R R–D	2
14. Granica ciągu	– definicja granicy ciągu – pojęcia: ciąg zbieżny, granica właściwa ciągu, prawie wszystkie wyrazy ciągu – twierdzenia: $\lim_{n\to\infty} q^n = 0$ dla $q \in (-1;1)$, $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$dla $a > 0$,	Uczeń: – ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę – ustala, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość – uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy	K–P P–R P–D	1

	$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^k}=0$dla $k>0$			
15. Ciągi rozbieżne	– definicja ciągu rozbieżnego do $\infty(-\infty)$ – pojęcie granicy niewłaściwej – twierdzenia: $\lim_{n\to\infty}q^n=\infty$dla $q>1$, $\lim_{n\to\infty}n^k=\infty$ dla $k>0$	Uczeń: – rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy dany ciąg ma granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy – bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby – udowadnia rozbieżność ciągu, korzystając z definicji	K–P P–R R–D	1
16. Obliczanie granic ciągów (1)	– twierdzenie o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych – twierdzenie o trzech ciągach – twierdzenie $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1$	Uczeń: – oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych – stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów – oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach	P–D P–D P–D	2
17. Obliczanie granic ciągów (2)	– twierdzenie o własnościach granic ciągów rozbieżnych – symbole nieoznaczone	Uczeń: – oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych – wyznacza granice ciągu w zależności od wartości parametru – uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej	P–D D–W D–W	2
18. Szereg geometryczny	– definicja szeregu geometrycznego – suma szeregu geometrycznego – pojęcia szeregu zbieżnego i szeregu rozbieżnego – wzór na sumę szeregu geometrycznego o pierwszym wyraziea_1i ilorazie $q\in(-1;1)$:$S=\frac{a_1}{1-q}$ – warunek zbieżności i warunek rozbieżności szeregu geometrycznego	Uczeń: – sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny – oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego – zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego – stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów – rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego – wyznacza dziedzinę i szkicuje wykresy funkcji opisanych szeregiem geometrycznym – rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego	K–P P–D P–D P–D R–D R–D W	2
19. Powtórzenie wiadomości 20. Praca klasowa i jej				5

omówienie				
4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY				**35**
1. Granica funkcji w punkcie	– intuicyjne pojęcie granicy funkcji w punkcie – pojęcie sąsiedztwa punktu x_0 – definicja granicy funkcji w punkcie	Uczeń: – uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie wykresu tej funkcji – uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie,korzystając z definicji	K–R P–R	1
2. Obliczanie granic funkcji	– twierdzenie o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji w punkcie – twierdzenie o granicy wielomianu i granicy funkcji wymiernej w punkcie – twierdzenie o granicy funkcji $y = \sqrt{f(x)}$w punkcie – twierdzenie o granicach funkcji sinus i cosinus w punkcie	Uczeń: – oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie – oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie – oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie	K–R R–D D	2
3. Granice jednostronne	– definicja granicy prawostronnej i granicy lewostronnej funkcji w punkcie – twierdzenie o związku między granicami jednostronnymi w punkcie a granicą funkcji w punkcie	Uczeń: – oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie	K–D P–D	1
4. Granice niewłaściwe	– definicja granicy niewłaściwej funkcji w punkcie – definicja granicy niewłaściwej jednostronnej funkcji w punkcie – twierdzenia dotyczące granic niewłaściwych funkcji w punkcie – asymptota pionowa wykresu funkcji	Uczeń: – wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji	P–D P–D P–D	1
5. Granica funkcji w nieskończoności	– definicja granicy funkcji w nieskończoności	Uczeń: – wyznacza granice funkcji w nieskończoności	K–D	2

	– twierdzenie dotyczące granicy niektórych funkcji w nieskończoności – asymptota pozioma wykresu funkcji	– stosuje różne metody wyznaczania granicy odpowiednio w ∞i w $-\infty$ – wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji – udowadnia, że funkcja nie ma granicy w nieskończoności	D K–D D	
6. Ciągłość funkcji	– definicja ciągłości funkcji w punkcie – twierdzenie o ciągłości sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji ciągłych w punkcie – definicja funkcji ciągłej w przedziale $(a; b)$i w przedziale $[a; b]$	Uczeń: – sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – bada ciągłość funkcji – wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale	P–R P–D R–D	2
7. Własności funkcji ciągłych	– własność Darboux – twierdzenie Weierstrassa	Uczeń: – stosuje twierdzenieo przyjmowaniu wartości pośrednich (własność Darboux) do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości – stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji w danym przedziale domkniętym	P–D P–D	1
8. Pochodna funkcji w punkcie	– iloraz różnicowy funkcji – współczynnik kierunkowy prostej jako tangens kąta nachylenia prostej do osi OX – styczna do wykresu funkcji i sieczna wykresu funkcji – definicja pochodnej funkcji w punkcie – interpretacja geometryczna pochodnej funkcji w punkcie	Uczeń: – oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji pochodnej – stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie – oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią OX – uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie	P–R P–D P–D R–D	2
9. Funkcja pochodna	– określenie funkcji pochodnejdanej funkcji – funkcja różniczkowalna – wzory na pochodne funkcji	Uczeń: – korzysta ze wzorów do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie – wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie	K–R K–P	2

	potęgowej – równanie stycznej	– wyznacza współrzędne punktu wykresu funkcji, w którym styczna spełnia podane warunki – na podstawie definicji pochodnej wyprowadza wzory na pochodne funkcji	R–D R–W	
10. Działania na pochodnych	– twierdzenia o pochodnych sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji – pochodne funkcji trygonometrycznych	Uczeń: – stosuje twierdzenia o pochodnych sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie – stosuje pochodne w zadaniach dotyczących stycznej do wykresu funkcji – wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych – wyprowadza wzory na pochodne sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji	K–D P–D W D–W	2
11. Pochodna funkcji złożonej	– funkcja złożona, funkcja wewnętrzna, funkcja zewnętrzna – twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej	Uczeń: – wyznacza wzór funkcji złożonej oraz jej dziedzinę – wyznacza pochodną funkcji złożonej – stosuje pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących stycznej – wyznacza pochodną funkcji będącej złożeniem funkcji trygonometrycznych i wielomianów	P–D P–D P–D W	2
12. Interpretacja fizyczna pochodnej	– interpretacja fizyczna pochodnej	Uczeń: – stosuje pochodną do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał	P–R	1
13. Monotoniczność funkcji	– twierdzenia o związku monotoniczności funkcji i znaku jej pochodnej	Uczeń: – korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji – uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze – wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna, stosując twierdzenie o znaku pochodnej – wykorzystuje znak pochodnej do uzasadniania nierówności trygonometrycznych	K–R P–R P–D W	1
14. Ekstrema funkcji	– definicje minimum lokalnego i maksimum lokalnego – warunki konieczny i wystarczający	Uczeń: – podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu – wyznacza ekstremum funkcji, stosując warunki konieczny	K–P	2

	istnienia ekstremum	i wystarczający jego istnienia – wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie – uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum	K–R P–R P–D	
15. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji	– wartości najmniejsza i największa funkcji w przedziale domkniętym	Uczeń: – wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym – wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując twierdzenie o przyjmowaniu wartości największej i najmniejszej – wykorzystuje wartość najmniejszą i wartość największą funkcji w zadaniach z parametrem	P–R P–D D–W	2
16. Zagadnienia optymalizacyjne	– zagadnienia optymalizacyjne	Uczeń: – wykorzystuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji w zadaniach optymalizacyjnych	P–D	3
17. Szkicowanie wykresu funkcji	– schemat badania własności funkcji	Uczeń: – podaje schemat badania własności funkcji – bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli – szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności	K P–D R–D	2
18. Powtórzenie wiadomości 19. Praca klasowa i jej omówienie				6
5. STATYSTYKA				**7**
1. Średnia arytmetyczna	– pojęcie średniej arytmetycznej	Uczeń: – oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych – oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób – wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną	K K–R P–D	2
2. Mediana i dominanta	– pojęcie mediany – pojęcie dominanty	Uczeń: – wyznacza medianę i dominantę zestawu danych – wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionychna diagramach lub pogrupowanych w inny sposób – wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę	K K–R P–D	1
3. Średnia ważona	– pojęcie średniej ważonej	Uczeń:		1

		– oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami – stosuje w zadaniach średnią ważoną	K–P P–D	
4. Powtórzenie wiadomości 5. Praca klasowa i jej omówienie				3
Godziny do dyspozycji nauczyciela				**22**
			Razem	**150**